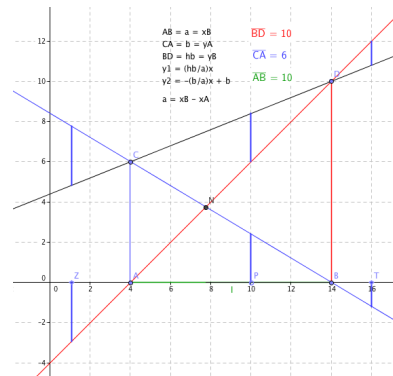


Proposte di esplorazioni col Metodo della Ricerca Variata (MRV)

1. Retta per due punti



$$y = \frac{(x - x_A)}{(x_B - x_A)} hb - \frac{(x - x_A)}{(x_B - x_A)} b$$

2. Parabola

2a. $y = ax^2 + bx + c$

2b. Studio con le differenze prime e seconde

2c. Sviluppare l'analogia con la formula per la retta (problema 1)

3. Cubiche e altro: ragionamenti sui grafici (estendere le formule tipo problema 1).

4. Proprietà algebriche duali: sotto quali condizioni valgono le stesse proprietà?

5. MRV sul tema: "Pitagora"

6. MRV sul tema: "Quadrati inscritti in un triangolo rettangolo..."

7. MRV sul tema: "Corde parallele a un lato di un triangolo..."

8. MRV sul tema: "Triangoli inscritti in una circonferenza..."

9. MRV sul tema: "Successioni numeriche..."

10. MRV applicato al celebre *Problema del Tesoro*: "È stata trovata una mappa del tesoro che riporta le seguenti indicazioni: vai sull'isola segnata sulla carta. Appena sceso sull'isola troverai un melo M un pino P e una quercia Q . Da M dirigi in linea retta fino a giungere in P . Qui gira verso la tua destra di 90 gradi e percorri un segmento di lunghezza uguale a quella di MP . Pianta in questa posizione un paletto $P1$. Quindi ritorna in M e da qui dirigi verso Q in linea retta. Giunto in Q gira a sinistra di 90 gradi e percorri un segmento di lunghezza uguale a quella di MQ . Pianta, in questa posizione un paletto $P2$. Il tesoro T si trova nel punto medio del segmento $P1P2$. Ariele giunto sull'isola del tesoro ha la brutta sorpresa di non trovare più il melo M . Ci sono P e Q ma non c'è M . Potrà trovare ugualmente il tesoro?"

10. MRV applicato a un problema che vi piace

11. Supponendo di conoscere la definizione e le rappresentazioni delle frazioni continue, esplorare le tabelle allegate, andando a caccia di regolarità: congetture e dimostrazioni.

Notazioni usate: $\sqrt{3} = [1, 1, 2, 1, 2, 1, 2 \dots] = [1; 1, 2, 1, 2, 1, 2 \dots] = [1, \overline{1, 2}] = [1; \overline{1, 2}]$

Nelle ricerche possono servire queste due successioni molto note:

Successione di Lucas: $L_1 = 1; L_2 = 3; L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$

Successione di Fibonacci: $F_1 = 1; F_2 = 1; F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

$$\sqrt{N}$$

$\sqrt{2}$ [1, $\overline{2}$]	$\sqrt{51}$ [7, $\overline{7, 14}$]
$\sqrt{3}$ [1, $\overline{1, 2}$]	$\sqrt{52}$ [7, $\overline{4, 1, 2, 1, 4, 14}$]
$\sqrt{4}$ 2	$\sqrt{53}$ [7, $\overline{3, 1, 1, 3, 14}$]
$\sqrt{5}$ [2, $\overline{4}$]	$\sqrt{54}$ [7, $\overline{2, 1, 6, 1, 2, 14}$]
$\sqrt{6}$ [2, $\overline{2, 4}$]	$\sqrt{55}$ [7, $\overline{2, 2, 2, 14}$]
$\sqrt{7}$ [2, $\overline{1, 1, 1, 4}$]	$\sqrt{56}$ [7, $\overline{2, 14}$]
$\sqrt{8}$ [2, $\overline{1, 4}$]	$\sqrt{57}$ [7, $\overline{1, 1, 4, 1, 1, 14}$]
$\sqrt{9}$ 3	$\sqrt{58}$ [7, $\overline{1, 1, 1, 1, 1, 1, 14}$]
$\sqrt{10}$ [3, $\overline{6}$]	$\sqrt{59}$ [7, $\overline{1, 2, 7, 2, 1, 14}$]
$\sqrt{11}$ [3, $\overline{3, 6}$]	$\sqrt{60}$ [7, $\overline{1, 2, 1, 14}$]
$\sqrt{12}$ [3, $\overline{2, 6}$]	$\sqrt{61}$ [7, $\overline{1, 4, 3, 1, 2, 2, 1, 3, 4, 1, 14}$]
$\sqrt{13}$ [3, $\overline{1, 1, 1, 1, 6}$]	$\sqrt{62}$ [7, $\overline{1, 6, 1, 14}$]
$\sqrt{14}$ [3, $\overline{1, 2, 1, 6}$]	$\sqrt{63}$ [7, $\overline{1, 14}$]
$\sqrt{15}$ [3, $\overline{1, 6}$]	$\sqrt{64}$ 8
$\sqrt{16}$ 4	$\sqrt{65}$ [8, $\overline{16}$]
$\sqrt{17}$ [4, $\overline{8}$]	$\sqrt{66}$ [8, $\overline{8, 16}$]
$\sqrt{18}$ [4, $\overline{4, 8}$]	$\sqrt{67}$ [8, $\overline{5, 2, 1, 1, 7, 1, 1, 2, 5, 16}$]
$\sqrt{19}$ [4, $\overline{2, 1, 3, 1, 2, 8}$]	$\sqrt{68}$ [8, $\overline{4, 16}$]
$\sqrt{20}$ [4, $\overline{2, 8}$]	$\sqrt{69}$ [8, $\overline{3, 3, 1, 4, 1, 3, 3, 16}$]
$\sqrt{21}$ [4, $\overline{1, 1, 2, 1, 1, 8}$]	$\sqrt{70}$ [8, $\overline{2, 1, 2, 1, 2, 16}$]
$\sqrt{22}$ [4, $\overline{1, 2, 4, 2, 1, 8}$]	$\sqrt{71}$ [8, $\overline{2, 2, 1, 7, 1, 2, 2, 16}$]
$\sqrt{23}$ [4, $\overline{1, 3, 1, 8}$]	$\sqrt{72}$ [8, $\overline{2, 16}$]
$\sqrt{24}$ [4, $\overline{1, 8}$]	$\sqrt{73}$ [8, $\overline{1, 1, 5, 5, 1, 1, 16}$]
$\sqrt{25}$ 5	$\sqrt{74}$ [8, $\overline{1, 1, 1, 1, 16}$]
$\sqrt{26}$ [5, $\overline{10}$]	$\sqrt{75}$ [8, $\overline{1, 1, 1, 16}$]
$\sqrt{27}$ [5, $\overline{5, 10}$]	$\sqrt{76}$ [8, $\overline{1, 2, 1, 1, 5, 4, 5, 1, 1, 2, 1, 16}$]
$\sqrt{28}$ [5, $\overline{3, 2, 3, 10}$]	$\sqrt{77}$ [8, $\overline{1, 3, 2, 3, 1, 16}$]
$\sqrt{29}$ [5, $\overline{2, 1, 1, 2, 10}$]	$\sqrt{78}$ [8, $\overline{1, 4, 1, 16}$]
$\sqrt{30}$ [5, $\overline{2, 10}$]	$\sqrt{79}$ [8, $\overline{1, 7, 1, 16}$]
$\sqrt{31}$ [5, $\overline{1, 1, 3, 5, 3, 1, 1, 10}$]	$\sqrt{80}$ [8, $\overline{1, 16}$]
$\sqrt{32}$ [5, $\overline{1, 1, 1, 10}$]	$\sqrt{81}$ 9
$\sqrt{33}$ [5, $\overline{1, 2, 1, 10}$]	$\sqrt{82}$ [9, $\overline{18}$]
$\sqrt{34}$ [5, $\overline{1, 4, 1, 10}$]	$\sqrt{83}$ [9, $\overline{9, 18}$]
$\sqrt{35}$ [5, $\overline{1, 10}$]	$\sqrt{84}$ [9, $\overline{6, 18}$]
$\sqrt{36}$ 6	$\sqrt{85}$ [9, $\overline{4, 1, 1, 4, 18}$]
$\sqrt{37}$ [6, $\overline{12}$]	$\sqrt{86}$ [9, $\overline{3, 1, 1, 1, 8, 1, 1, 1, 3, 18}$]
$\sqrt{38}$ [6, $\overline{6, 12}$]	$\sqrt{87}$ [9, $\overline{3, 18}$]
$\sqrt{39}$ [6, $\overline{4, 12}$]	$\sqrt{88}$ [9, $\overline{2, 1, 1, 1, 2, 18}$]
$\sqrt{40}$ [6, $\overline{3, 12}$]	$\sqrt{89}$ [9, $\overline{2, 3, 3, 2, 18}$]
$\sqrt{41}$ [6, $\overline{2, 2, 12}$]	$\sqrt{90}$ [9, $\overline{2, 18}$]
$\sqrt{42}$ [6, $\overline{2, 12}$]	$\sqrt{91}$ [9, $\overline{1, 1, 5, 1, 5, 1, 1, 18}$]
$\sqrt{43}$ [6, $\overline{1, 1, 3, 1, 5, 1, 3, 1, 1, 12}$]	$\sqrt{92}$ [9, $\overline{1, 1, 2, 4, 2, 1, 1, 18}$]
$\sqrt{44}$ [6, $\overline{1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 12}$]	$\sqrt{93}$ [9, $\overline{1, 1, 1, 4, 6, 4, 1, 1, 1, 18}$]
$\sqrt{45}$ [6, $\overline{1, 2, 2, 2, 1, 12}$]	$\sqrt{94}$ [9, $\overline{1, 2, 3, 1, 1, 5, 1, 8, 1, 5, 1, 1, 3, 2, 1, 18}$]
$\sqrt{46}$ [6, $\overline{1, 3, 1, 1, 2, 6, 2, 1, 1, 3, 1, 12}$]	$\sqrt{95}$ [9, $\overline{1, 2, 1, 18}$]
$\sqrt{47}$ [6, $\overline{1, 5, 1, 12}$]	$\sqrt{96}$ [9, $\overline{1, 3, 1, 18}$]
$\sqrt{48}$ [6, $\overline{1, 12}$]	$\sqrt{97}$ [9, $\overline{1, 5, 1, 1, 1, 1, 1, 5, 1, 18}$]
$\sqrt{49}$ 7	$\sqrt{98}$ [9, $\overline{1, 8, 1, 18}$]
$\sqrt{50}$ [7, $\overline{14}$]	$\sqrt{99}$ [9, $\overline{1, 18}$]

n	$(1+1/n)^2$	= CF	n	$(1+1/n)^2$	= CF
1	$(1+1/1)^2$	[4;]	2	$(1+1/2)^2$	[2; 4]
3	$(1+1/3)^2$	[1; 1,3,2]	4	$(1+1/4)^2$	[1; 1,1,3,2]
5	$(1+1/5)^2$	[1; 2,3,1,2]	6	$(1+1/6)^2$	[1; 2,1,3,3]
7	$(1+1/7)^2$	[1; 3,3,1,3]	8	$(1+1/8)^2$	[1; 3,1,3,4]
9	$(1+1/9)^2$	[1; 4,3,1,4]	10	$(1+1/10)^2$	[1; 4,1,3,5]
11	$(1+1/11)^2$	[1; 5,3,1,5]	12	$(1+1/12)^2$	[1; 5,1,3,6]
13	$(1+1/13)^2$	[1; 6,3,1,6]	14	$(1+1/14)^2$	[1; 6,1,3,7]
15	$(1+1/15)^2$	[1; 7,3,1,7]	16	$(1+1/16)^2$	[1; 7,1,3,8]

$$\text{Phi}^1 = 0 + 1 \text{ Phi} = (\sqrt{5} + 1)/2 = [1; \overline{1}]$$

$$\text{Phi}^2 = 1 + 1 \text{ Phi} = (\sqrt{5} + 3)/2 = [2; \overline{1}]$$

$$\text{Phi}^3 = 1 + 2 \text{ Phi} = (2\sqrt{5} + 4)/2 = [4; \overline{4}]$$

$$\text{Phi}^4 = 2 + 3 \text{ Phi} = (3\sqrt{5} + 7)/2 = [6; \overline{1, 5}]$$

$$\text{Phi}^5 = 3 + 5 \text{ Phi} = (5\sqrt{5} + 11)/2 = [11; \overline{11}]$$

$$\text{Phi}^6 = 5 + 8 \text{ Phi} = (8\sqrt{5} + 18)/2 = [17; \overline{1, 16}]$$

(in rosso la parte periodica)

Phi ⁹	phi ⁻⁹	21 + 34 Phi	55 + 34 phi	38 + 17√5	76.0131556174..	[76]
Phi ⁸	phi ⁻⁸	13 + 21 Phi	34 + 21 phi	(47 + 21√5)/2	46.9787137637..	[46, 1, 45]
Phi ⁷	phi ⁻⁷	8 + 13 Phi	21 + 13 phi	(29 + 13√5)/2	29.0344418537..	[29]
Phi ⁶	phi ⁻⁶	5 + 8 Phi	13 + 8 phi	9 + 4√5	17.9442719099..	[17, 1, 16]
Phi ⁵	phi ⁻⁵	3 + 5 Phi	8 + 5 phi	(11 + 5√5)/2	11.0901699437..	[11]
Phi ⁴	phi ⁻⁴	2 + 3 Phi	5 + 3 phi	(7 + 3√5)/2	6.8541019662..	[6, 1, 5]
Phi ³	phi ⁻³	1 + 2 Phi	3 + 2 phi	2 + √5	4.2360679774..	[4]
Phi ²	phi ⁻²	1 + 1 Phi	2 + 1 phi	(3 + √5)/2	2.6180339887..	[2, 1]
Phi ¹	phi ⁻¹	0 + 1 Phi	1 + 1 phi	(1 + √5)/2	1.6180339887..	[1]
Phi ⁰	phi ⁰	1	1	1	1.0000000000..	[1]
Phi ⁻¹	phi ¹	-1 + 1 Phi	0 + 1 phi	(-1 + √5)/2	0.6180339887..	[0, 1]
Phi ⁻²	phi ²	2 - 1 Phi	1 - 1 phi	(3 - √5)/2	0.3819660112..	[0, 2, 1]
Phi ⁻³	phi ³	-3 + 2 Phi	-1 + 2 phi	-2 + √5	0.2360679774..	[0, 4]
Phi ⁻⁴	phi ⁴	5 - 3 Phi	2 - 3 phi	(7 - 3√5)/2	0.1458980337..	[0, 6, 1, 5]
Phi ⁻⁵	phi ⁵	-8 + 5 Phi	-3 + 5 phi	(-11 + 5√5)/2	0.0901699437..	[0, 11]
Phi ⁻⁶	phi ⁶	13 - 8 Phi	5 - 8 phi	9 - 4√5	0.0557280900..	[0, 17, 1, 16]
Phi ⁻⁷	phi ⁷	-21 + 13 Phi	-8 + 13 phi	(-29 + 13√5)/2	0.0344418537..	[0, 29]
Phi ⁻⁸	phi ⁸	34 - 21 Phi	13 - 21 phi	(47 - 21√5)/2	0.0212862362..	[0, 46, 1, 45]
Phi ⁻⁹	phi ⁹	-55 + 34 Phi	-21 + 34 phi	-38 + 17√5	0.0131556174..	[0, 76]